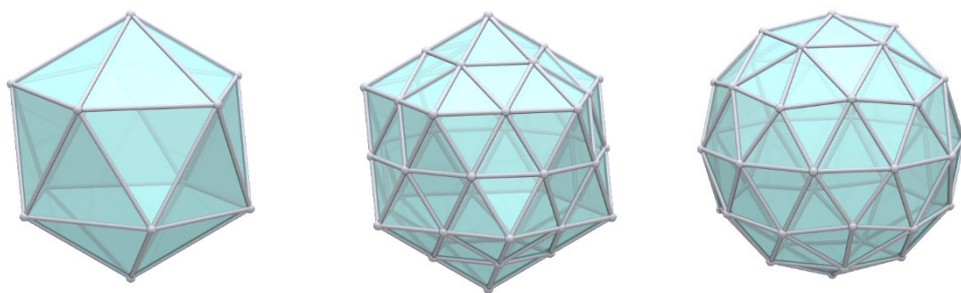


PREDNAPREGNUTE DRVENE POLIEDARSKE KUPOLE

Geodezijske kupole nastaju iteracijom iz osnovnog Platonovog poliedra, tako da se u višem stepenu geodezijske iteracije približavaju sferi, odnosno, geodezijske sfere nastaju od poliedara procesom geodezijske triangulacije njegovih strana i projektovanjem tih trouglova na sferu opisanu oko poliedra. Sa teorijskog aspekta, geodezijska linija predstavlja najkraći put između dve tačke na matematički definisanoj površi. Polusfera, razložena na krivolinijske trouglove, čije su stranice njene geodezijske linije, čine geodezijsku kupolu. Tako nastaju tetraedarska, oktaedarska, heksaedarska, dodekaedarska i ikosaedarska geodezijska kupola.



Sl. 1. Proces pretvaranja ikosaedra geodezijskom triangulacijom u geodezijsku sferu.

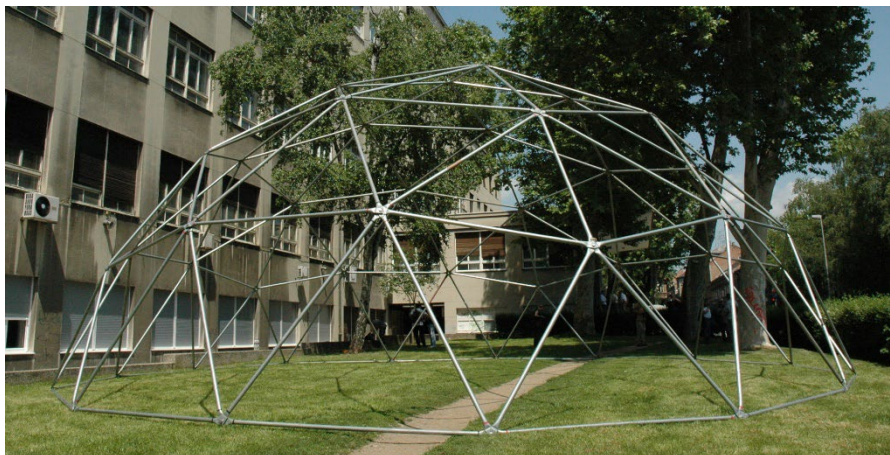
Sisteme geodezijskih kupola izumeo je i primenio u praksi američki arhitekta, dizajner, filozof, pronalazač i pisac Ričard Bakminster Fuller (1895-1983). Ovaj vizionar u oblasti primene novih konstruktivnih sistema u arhitekturi, u svojim studijama i istraživanjima, bio je dosledan u proučavanju formi koje omogućuju najmanji broj različitih dužina ivica izvedenih poliedara iz uslova primene principa modularne koordinacije i unifikacije elemenata konstrukcije i njihovih međusobnih veza.



Sl. 2. Biosfera – geodezijska kupola B. Fulera u Montrealu, Kanada

Činjenica je da ideju, da se formira poliedar što približniji sferi sa malim brojem različitih dužina ivica, nije ni malo lako zadovoljiti. Veliki broj studija, radova i projekata Bakminstera Fulera na primeni geodezijskih kupola u arhitekturi nisu značajni samo za razvoj arhitektonskog inženjerstva. Engleski naučnik ser Harolod (Hari) Kroto, dobitnik Nobelove nagrade iz oblasti hemije za otkriće fullerena, ističe da su ga geodezijske kupole Bakminstera Fulera inspirisale pri definisanju strukture molekula C_{60} . U znak zahvalnosti taj molekul je dobio ime “buckminsterfulleren”, a cela porodica kavezastih ugljenikovih molekula je dobila ime “fullereni”.

Poseban doprinos razvoju i primeni geodezijskih struktura, u našem bližem okruženju, dao je zagrebački profesor dr Zvonimir Žagar sa svojim saradnicima. Početkom osamdesetih godina prošlog veka organizovao je industrijsku proizvodnju i montažu tipskih geodezijskih kupola i svodova od aluminijumskih cevi o koje je okačen krovni pokrivač od trevire.

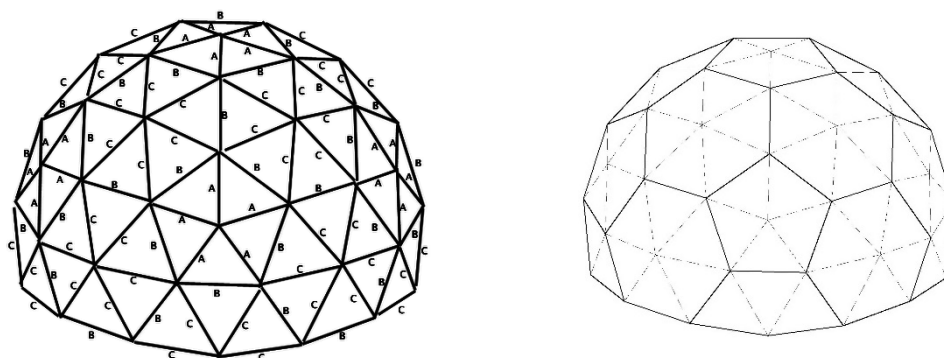


Sl. 3. Geodezijska kupola prof. dr Žagara, raspona 14.00 m

Sredinom 2009. godine, u Zagrebu, pred grupom doktoranata i studenata Arhitektonskog fakulteta, montirao je geodezijsku kupolu raspona 14.00 m. kao “... spoj zadovoljstva, radosti i znanosti”, kako to autor nadahnuto navodi.

Beogradsko preduzeće LKV CENTAR bavi se razvojem sistema Lakih Krovnih Vezača, i primenom ovog sistema u industrijskoj prefabrikaciji drvenih krovnih struktura. Predmet istraživanja su, takođe, i drugi savremeni sistemi za primenu drveta u konstrukcijama arhitektonskih objekata i objekata parterne arhitekture. Velikim brojem izvedenih objekata u sistemu LKV i sistemu lepljenog lameliranog drveta LLD, projektanti i saradnici ovog Preduzeća dali su značajan doprinos primeni principa projektovanja konstruktivnih sistema, kroz detaljnu statičko konstruktivnu i tehnološku analizu u skladu sa funkcijom i oblikovanjem objekta i njegovim arhitektonskim izrazom. Posebno poglavlje u radu projektantskog tima LKV CENTRA su projekti sportskih objekata pokrivenih tekstilnom membranom šatorstog oblika. Šatorste hale, pogrešno nazvane u praksi “balon-halama” veoma se efikasno koriste kao sportski objekti za mali fudbal, košarku, tenis, pa čak i kao izložbene i sajamske dvorane i kao saloni za modne manifestacije. Izuzetna ekonomičnost gradnje, lagana i brza montaža i prihvatljivi kvaliteti iz oblasti građevinske fizike, potvrđeni su tokom eksploatacije četrdesetak ovakvih objekata, izgrađenih u Srbiji, Crnoj Gori i Republici Srpskoj. U istraživanjima i analizama novih formi i oblika šatorastih konstruktivnih sistema, pri čemu je princip negativne Gausove krivine (hiperbolični paraboloid, rotacionni hiperboloid) geometrijski imperativ za formu i oblik krovnog pokrivača tipa šatorastog platna – tende ili trevire, izveden je zaključak da su osnovni oblici ili izvedeni oblici geodezijskih struktura, uz izvesne transformacije, veoma dobra nosiva konstrukcija uz aktivno sadejstvo tog krovnog pokrivača.

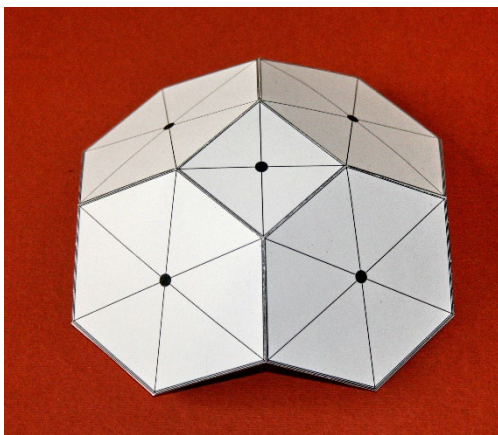
Za bazni oblik studija geodezijskih struktura usvojen je segment Platonovog ikosaedra. U zavisnosti od zahtevanog raspona konstrukcije, analizirane su geodezijske kupole sa frekvencijom V2 – V6 (broj odsečaka na luku, na zakrivljenoj stranici sfernog trougla, koji je izveden nad jednom od 20 strana ikosaedra). Na slici 4. prikazana je geodezijska kupola frekvencije V3, sa poligonalnom ivicom A-B-A poliedarske forme nad osnovnom stranicom ikosaedra. Uprošćavanjem poliedarske forme, prelaskom sa trouglova na pentagone i heksagone, koje čine ti osnovni trouglovi, dobija se sačast oblik poliedra, sastavljen, dakle, od pravilno raspoređenih petougona i šestougona. Ovakva forma poliedra preuzeta je iz forme dualne geodezijske kupole, kakvu je definisao B. Fuller. Na istoj slici su prikazani pentagoni i heksagoni sa dužinom ivice B.



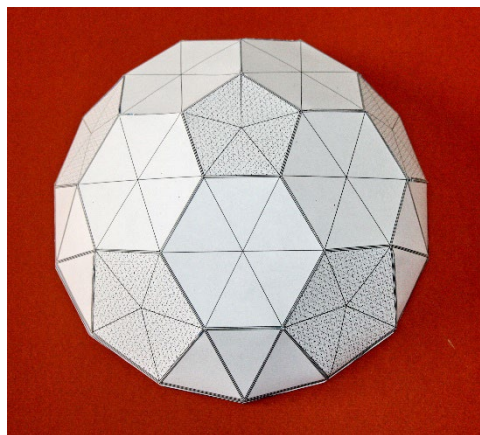
Sl. 4. Geodezijska kupola frekvencije V-3

Pri modeliranju geometrije kupole i pri pokušaju da se osnovna matematička poliedarska forma, zasnovana na postavci da se rogljevi poliedra nalaze na sferi (lopti), uvede u objekat sa utilitarnom funkcijom, izveden je zaključak da takva kupola, čak i kad leži na parapetnim niskim obodnim zidovima ima veoma veliku visinu u odnosu na prečnik osnove. Nizom varijacija na temu visina temena kupole / prečnik kružne osnove ili poligonalne osnove oko koje je opisana kružnica, odlučeno je da se u daljim istraživanjima značajno odstupi od izvornog oblika pentagona i heksagona, kako po njihovoj geometriji, tako i po njihovom položaju u strukturi kupole. Tako je formirana prosta kupola sa temenim kvadratom i četiri modifikovana heksagona, kako je provereno na modelu sa Sl. 5. To je veoma jednostavna forma, kojom mogu da se pokriju manji rasponi u osnovi, ali koja omogućuje laganu multiplikaciju osnovnih oblika po širini i po dužini osnove, što znači da se može natkriti niz zarubljenih kvadrata poređanih jedan uz drugi u dva ortogonalna pravca, bez ikakvih drugih ograničenja.

Transformaciji klasične forme geodezijske Fulerove kupole posvećena je posebna pažnja, najpre u geometrijskom smislu. Varijacijom geometrije heksagona oko temenog pravilnog petougona (pentagona) smanjivan je količnik H/D , gde je H -visina kupole i D -prečnik opisanog kruga oko poligonalne osnove kupole, sve do mere koja domogućava prihvatljiv unutrašnji volumen. Korigovana je, takođe iz tehnoloških uslova, geometrija petougona pri osnovi kupole, koji ima četiri ivice jednakih dužina i petu, baznu ivicu, različite dužine.

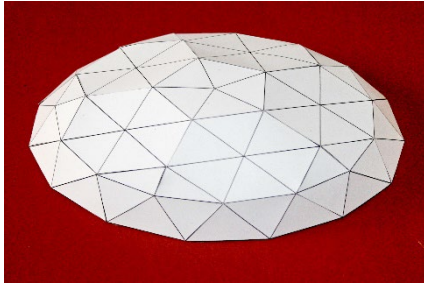


Sl. 5. Poliedarska forma sa kvadratom na temenoj površi

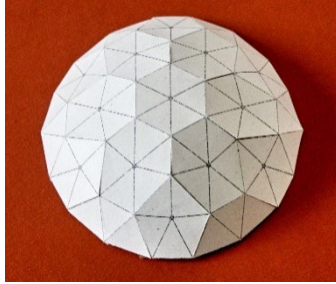


Sl. 6. Klasični oblik geodezijske kupole tip V3

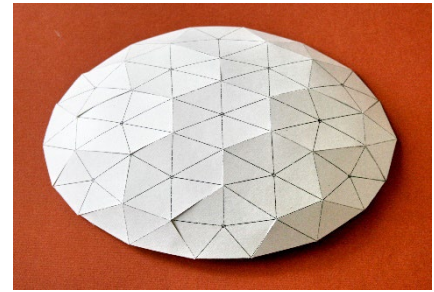
Izvedena forma ima u vertikalnom preseku luk, deo kružnice, koji prolazi kroz rogljeve formirane poliedarske kupole, što je jedina veza sa izvornim oblikom Platonovog poliedra. Trouglovi, koji su pozicionirani između baznih petougona ne leže u jednoj ravni, već njihovo zajedničko teme leži na poligonalnoj osnovi kupole. Daljim varijacijama geometrije trouglova, petougona i šestougona, koji formiraju poliedarsku formu, izveden je veoma prihvatljiv oblik kupole nad elipsastom osnovom sa odnosom dužina glavnih osa $d/D = 1.0/1.5$, isključivo sa funkcionalnog aspekta. Tehnološki, ovakav oblik drvene poliedarske kupole je manje prihvatljiv od osnovnog oblika, zbog većeg broja različitih dimenzija pripadajućih poligona.



Sl. 7. Model drvene poliedarske kupole nad elipsastom osnovom.



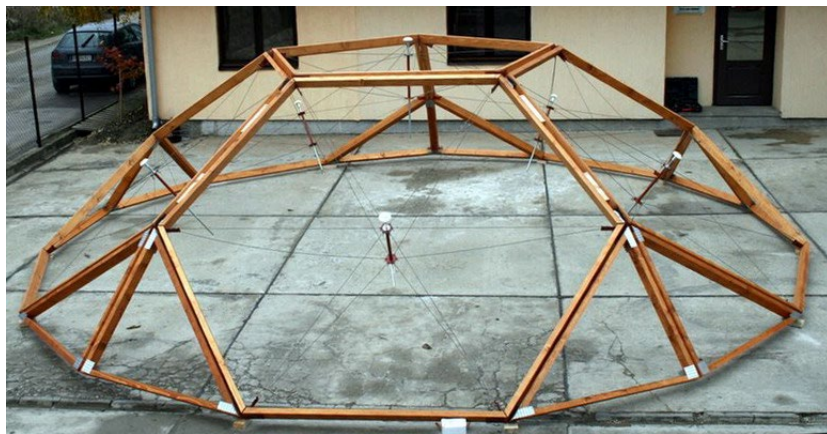
Sl. 8. Poliedarska kupola šestougaone forme nad kružnom osnovom



Sl. 9. Poliedarska kupola šestougaone forme nad elipsastom osnovom

Daljom varijacijom osnovnih poligona, koji mogu formirati poliedarske kupole, izveden je poliedar sa heksaedrom u temenoj ravni, oko kojeg je postavljeno šest identičnih izduženih šestougaonika, šest, takođe izduženih petougaonika i šest grupa trouglova, koji ne leže u istoj ravni. Sprovedena je analiza mogućnosti primene ovakve formacije geometrijskih slika nad elipsastom osnovom i izveden je zaključak da i sa oblikovnog i sa tehnološkog aspekta ovakva forma ima svoje kvalitetno opravdanje. Ovi oblici kupola se ne mogu više nazivati geodezijskim kupolama, već samo poliedarskim kupolama, jer je kroz njihovu konstrukciju sprovedena samo osnovna ideja koju je davno definisao čuveni B. Fuller.

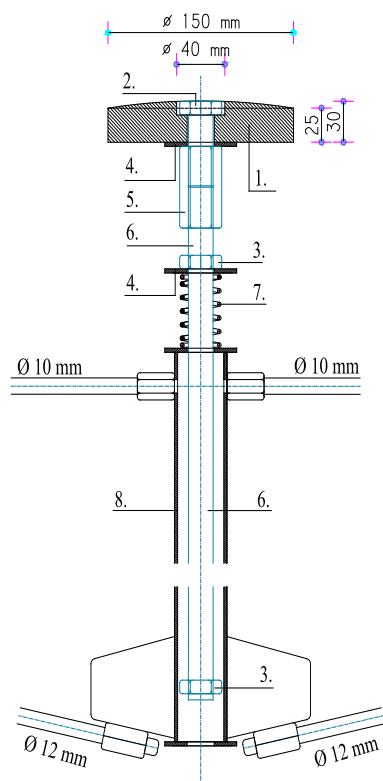
Razlog za prelazak sa osnovne strogo triangulisane forme geodezijske kupole, sa rogljevima na sferi, na poliedarsku formu formiranu od kvadrata (i pravougaonika), petougaonika i šestougaonika različitih dužina strana, dopunjenu trouglovima, zapravo je ideja da se formira jedan drugačiji statički sistem, kao viši nivo postojećeg sistema, koji pojednostavljuje montažu takve strukture. Svaka od ovih kupola se prostom dekompozicijom može razdvojiti na niz ravanskih poligona. Poligoni oblika petougaonika i šestougaonika čine zasebne celine – komponente, koje se zasebno formiraju i kao autonomne krute ploče ugrađuju u kupolu, formirajući pri tom dvodelne drvene štapove po zajedničkim ivicama – izvodnicama poliedra.



Sl. 10. Prototip LKVC drvene poliedarske kupole u toku montaže

Duž ose u težištu petougonih i šestougaonih poligona, koja je upravna na ravan slike, postavljen je razupirač teleskopske funkcije sa cevastim delom na koji su zavarene vezne pločice na oba njegova kraja i centralnom štapastom osovinom kojom se menja visina razupirača. Gornja pločica centralnog cevastog dela razupirača nalazi se u ravni slike i povezuje dijagonalno postavljene gipke štapove, koji uz izutetno malo natezanje, besprekorno formiraju zadatu geometriju poligona, a koji pojavom pritiska u štapovima poligona izazivaju početno prednaprezanje. Donja vezna pločica nalazi se u temenu obrnute višestране piramide, čije izvodnice čine, takođe, gipki štapovi, koji u ovoj fazi montaže lagano obezbeđuju upravni položaj cevastog razupirača na ravan drvenog poligona. Centralnu štapastu osovinu razupirača čini navojna šipka, koja na svom temenu ima ugrađeni poludisk od poliplasta za površinsko oslanjanje tende – krovnog pokivača. Navrtkom se reguliše visina odizanja poludiska iznad ravni poligona.



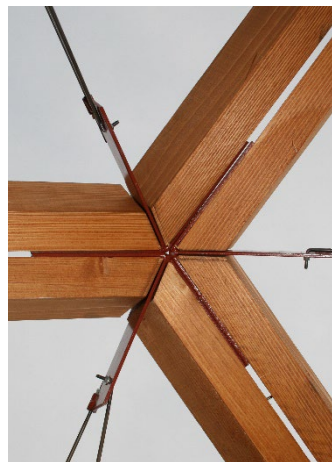


Specifikacija:

1. Poliplast $\varnothing$ 150.30 mm
2. M-20 ... 40 mm
3. Navrtka M-20
4. Široka podloška M-20
5. Nastavak NM-20
6. Navojna šipka M-20
7. Zavojna opruga $\varnothing$ 30/60 mm
8. Cev $\varnothing$ 42.4 mm, t = 2.5 mm

Sl. 11. Detalj konstrukcije centralnog cevstog razupirača

Veza gipkih štapova - zatega u temenu drvenog poligona izvodi se pomoću vezne metalne pločice koja čini simetralu jednog od unutrašnjih uglova poligona. Ona je zavarena za savijenu poprečnu metalnu pločicu koja prati ugao drvenih štapova poligona sa spoljne strane, za koje je jednostavno zakovana ekserima.



Sl. 12. Detalj ugaone veze drvenih krutih i metalnih gipkih štapova (zatega)

Proces formiranja drvene poliedarske kupole se svodi na prosto međusobno povezivanje montažno-demontažnim vezama prethodno formiranih krutih ploča oblika poligona, trouglova, petougona i šestougona obrazovanjem dvodelnih drvenih štapova. Ovim jednostavnim postupkom formiranja veza izbegavaju se klasične čvorne veze, koje kod većih raspona geodezijskih kupola mogu biti i dovoljno složene.



Sl. 13. Montirana membranska opna

Nakon prve faze montaže drvene strukture kupole postavlja se tekstilna membrana poliedarske forme i pričvršćuje za bazni poligon standardnim vezama. Ona je ravnomerno nategnuta postepenim odizanjem van ravni poligona u zonama oslanjanja na poludiskove centralnih razupirača. Odizanje poludiskova upravno na ravan poligona se postiže izvalčenjem navojne šipke iz cevastog dela razupirača zavrtanjem standardne navrtke nad gornjom veznom pločicom. Ovim postupkom se unosi sila zatezanja u kose zatege i izaziva pritisak u štapovima petouganih i šestouganih drvenih poligona. Ovo je trenutak koji potvrđuje kvalitet napora da se modifikuje konstrukcija geodezijske strukture i podigne na novi nivo projektovanja, građenja i eksploatacije. Dovoljnim odizanjem tekstilne membrane - tende silama u određenim zonama značajno zategnuta tenda dobija vitopernu formu sa potrebnom negativnom Gausovom krivinom. Takav krovni pokrivač je sposoban da nosi sopstvenu težinu i, po potrebi, sva klimatska opterećenja. Vezana sa drvenu konstrukciju samo po obodnom ivičnom poligonu kod manjih raspona ili po dodatnom obodnom ivičnom prstenu, kod većih raspona, ona sva naprezanja, izazvana prednapretnjem prenosi na tu ivičnu konstrukciju bez ikakvog kontaktnog uticaja na drvene štapove poliedrske kupole. Čak i pri dejstvu odižućeg dejstva vetra naponska slika pritisaka u štapovima poliedra ne može biti poremećena, jer se u njima računski određenim intenzitetom prednapretnja isključuje svaka mogućnost pojave zatezanja. Moglo bi se čak reći da ovako koncipirani sklop poprima karakteristike konstruktivnih sistema poznatih pod imenom „tensegrity” konstrukcija.

Pritisnuti drveni štapovi, izvodnice poliedarske kupole, su u ovom slučaju štapovi složenog preseka sastavljeni od dva pravougaona preseka, čije unutrašnje strane zaklapaju međusobni ugao veći od 40°. To znači da se, iz ekonomskih razloga, mogu usvojiti drveni štapovi pojedinačnih poligona sa velikom vitkošću poprečnih preseka. Njihova poprečna krutost će biti značajno povećana međusobnim povezivanjem štapova mehaničkim spojnim sredstvima iz oblasti drvenih konstrukcija.

Nakon postavljanja tekstilne membrane i njenog prednaprezanja drvena poliedarska kupola se, u ovoj konačnoj fazi, diže na svoje oslonce. To mogu biti stubovi složenog ili razuđenog preseka od drveta i metala, postavljenih tako da obezbeđuju prostornu stabilnost sistemu ili zidane, odnosno montažne konstrukcije stabilne na dejstvo spoljnih horizontalnih sila.

Izvedeni prototip LKVC drvene poliedarske kupole je pokazao dobre, jednostavne tehnološke performanse, izuzetan ekonomski kvalitet, zasnovan na podacima o utrošku materijala i na angažovanju radne snage i ukazao na mogućnosti primene u raznim klimatskim sredinama i za razne potrebe. Činjenica da osnovne dužine štapova, koji čine stranice petougaoih i čestougaoih poligona, nisu tehnološka ni funkcionalna prepreka, jer i manja krutost na izvijanje ovakvog složenog preseka može biti dovoljno velika za ekonomski opravdan konstruktivni sistem. Problem naprezanja membranske opne usled opterećenja snegom se može rašiti na veoma jednostavan i ekonomski ispravan način montažom električnih ili gasnih kalorifera, koji se pri kritičnom opterećenju od snega automatski uključuju. Dovoljno je da temperatura vazduha sa unutrašnje strane membrane bude + 5°C da uslovi topljenje snega i spreči njegovo nagomilavanje. Ovakva dopunska oprema je veoma dostupna, a njena ekonomičnost u primeni ogleda se u tome što se eksploatiše samo tokom perioda kada pada sneg.



Sli. 14. Poliedarska LKC drvena kupola nad osnovom prečnika 10.00 m

Analize, sprovedene nakon stečenog iskustva pri montaži prototipa LKVC drvene poliedarske kupole, pokazuju da se mogu primeniti veoma ekonomična rešenja i nad ovalnim osnovama sa dužinama glavnih osa do 30.00 x 45.00 m.

Istraživanja, koja predstoje, tokom studija ovako modifikovanih oblika Fulerovih geodezijskih kupola, treba da utvrde uslove primene drvenih kupola višeg frekfentog nivoa i primenu drugih visećih i ovešanih konstrukcija krovnih pokrivača sa boljim karakteristikama iz oblasti građevinske fizike, a koje mogu da prihvate sva moguća stalna i klimatska opterećenja na lokacijama građenja i eksploatacije.

Bibliografija:

Prof. dr Zvonimir Žagar, lična prepiska

Rene K. Mueller, Geodesic Polyedra

prof. dr Ljiljana Petruševski, Geodezijske kupole – geodezijske sfere

Antonio Šiber, Kiralne kupole i Buckminster Fuller

Antonio Šiber, Icosadeltahedral geometry of fullerenes, viruses and geodesic domes

www.mystudiomontreal.com, biosphere